TESTING AN OPTIMIZATION ALGORITHMS THROUGHT THE USE OF THE TEST FUNCTION GALLERY

Daniel Haupt
Bachelor Degree Programme (1), FEEC BUT
E-mail: xhaupt00@stud.feec.vutbr.cz

Supervised by: Petr Honzík
E-mail: honzikp@feec.vutbr.cz

ABSTRACT

This contribution deals with techniques for testing of optimization algorithms through the use of the test function gallery. Furthermore the extension of testing criteria through the limited access to the fitness function is discussed. Based on the experimental experiences, the new reduced test function gallery is suggested at the end.

1. ÚVOD

Optimalizační algoritmy jsou iterační postupy sloužící k hledání řešení složitých problémů, u kterých není známo řešení analytické. Neexistuje přitom garance nalezení skutečného optima. Vzhledem k velkému počtu stávajících a nově vznikajících optimalizačních metod je žádoucí definovat postup, jak tyto metody mezi sebou srovnat. V tomto příspěvku je uveden nejen přehled používaných testovacích funkcí, ale také výběr tzv. minimální galerie, která představuje elementární sadu problémů, na jejichž základě již lze různé optimalizační algoritmy mezi sebou srovnávat.

2. TESTOVÁNÍ POMOCÍ GALERIE TESTOVACÍCH FUNKCÍ

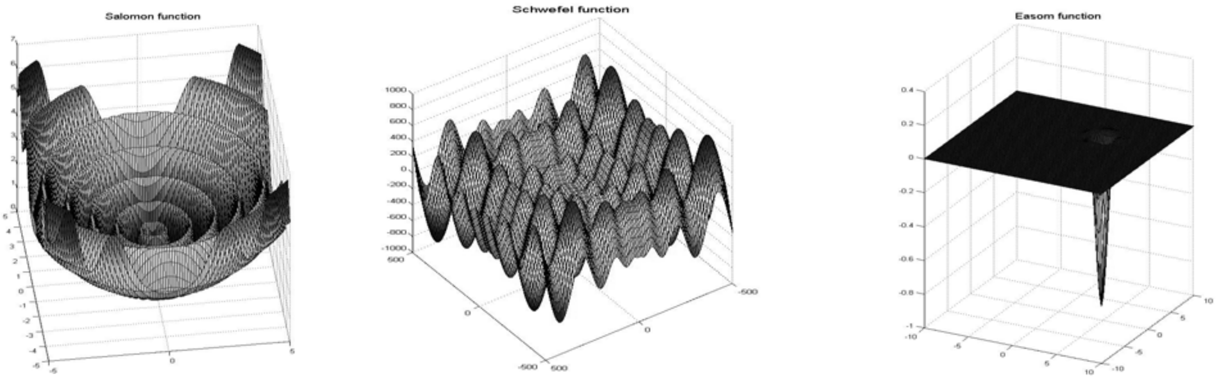
Pod pojmem galerie testovacích funkcí si lze představit sadu speciálních účelových funkcí, jež jsou používány k hledání jejich globálních extrémů pomocí zvoleného optimalizačního algoritmu. Tyto funkce mají různorodé vlastnosti (nelinearita, multimodálnost atd.), které dokáží prověřit vlastnosti a schopnosti optimalizačního algoritmu. Velkou výhodou testovacích funkcí je znalost funkční hodnoty globálního extrému (většinou minima) pro jakýkoli zvolený počet parametrů. Díky této vlastnosti lze použít absolutní měřítko hodnocení namísto pouhého srovnávání výsledku různých algoritmů s různými nastaveními, kde není jistota, že nalezené řešení je opravdu globálním extrémem. Pro příklad složitost sestavení nejkratší cesty v problému obchodního cestujícího je $n!$ přičemž složitost testovací funkce je m^n, kde m udává počet diskrétních dílků na jaký je rozdělen definiční obor. V případě čistě analytickém je složitost rovna nekonečnu.

2.1. POSTUP VÝPOČTU GLOBÁLNÍCH EXTRÉMŮ

K určení globálního extrému speciální testovací funkce [1][2] v n-rozměrném prostoru postačí znalost globálního extrému v prostoru jedné proměnné. Ten lze získat analyticky na určitém intervalu (což může být v některých případech značně složité), nebo vykreslením průběhu funkce pomocí nějakého programu s dostatečnou jemností kroku. Výsledkem vynásobení nalezeného globálního extrému funkce jedné proměnné s počtem parametrů dimenze *n*, pro který je hledán globální extrém, je globální extrém dané funkce v *n*-rozměrném prostoru [1][2]. Tato poučka však nefunguje u všech testovacích funkcí. Existuje další typy testovacích funkcí, které jsou sestaveny takovým způsobem, že globální minimum je vždy v 0. To je velmi cenná informace, protože ať je počet parametrů jakýkoli globální minimum vždy zůstane v 0. Rovnice (1) ukazuje případ kdy je možno vypočítat globální extrém a rovnice (2) popisuje funkci u níž není možno určit globální extrém, ale z grafického vykreslení je zřejmé, že existuje v 0.

Schwefel function:
$$f(x_1, x_2, ..., x_{Dim}) = \sum_{i=1}^{Dim} -x_i \cdot \sin(\sqrt{|x_i|}) \tag{1}$$

Salomon function:
$$f(x_1, x_2, ..., x_{Dim}) = -\cos\left(2\pi \cdot \sqrt{\sum_{i=1}^{Dim} x_i^2}\right) + 0.1 \cdot \left(\sqrt{\sum_{i=1}^{Dim} x_i^2}\right) + 1 \tag{2}$$



Obrázek 1: Příklady testovacích funkcí pro dva parametry (3 dimenze) – zleva Salomon, Schwefel, Easom

2.2. TESTOVÁNÍ PRO OMEZENÝ A NEOMEZENÝ PŘÍSTUP K ÚČELOVÉ FUNKCI

Testování pro omezený počet přístupů k účelové funkci ukazuje s jakou rychlostí algoritmus putuje ke globálnímu optimu. Znalost této rychlosti může pomoci s výběrem algoritmu, pro řešení časově kritických výpočtů např. v rozhodovacích situacích. Naopak u neomezeného počtu přístupů k účelové funkci se uplatňuje zastavení běhu algoritmu pomocí několikanásobného opakování stejného optima v řadě za sebou. Tato skutečnost může poukázat např. na rychlost a schopnost algoritmu uniknout z lokálního extrému. Pro vyhodnocení mohou být použity statistické metody neboť většina algoritmů je zatížena pseudonáhodnými čísly, proto je doporučeno [3] opakovat výpočty vícekrát a využít procentuální vzdálenost od globálního extrému. Dále lze z výpočtů dopočítat průměr, medián, směrodatnou odchylku, minimum a maximum. Tyto hodnoty poskytnou širší pohled na kvalitu algoritmu pro oba počty přístupů k účelové funkci.

2.3. VÝPOČET PROCENTUÁLNÍ VZDÁLENOSTI OD GLOBÁLNÍHO MINIMA

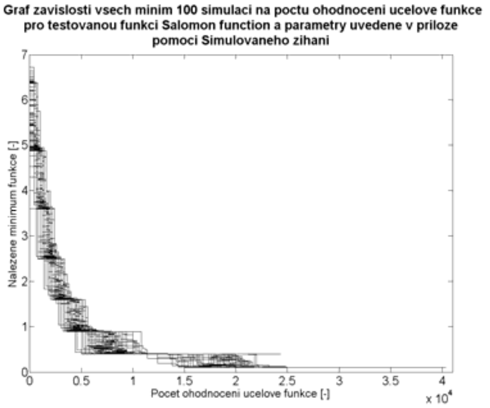
Procentuální vzdálenost nalezeného extrému (pomocí zvoleného optimalizačního algoritmu) od globálního extrému, podává komplexnější informaci o kvalitě nalezeného extrému. Pouhé číselné vyjádření může být na první pohled vzdálené nebo blízké globálnímu minimu, avšak nezahrne celý obor hodnot, což v konečném důsledku může znamenat lepší, či horší výsledky.

Procentuální vzdálenost nalezeného minima od globálního minima se vypočítá dle (3).

$$Dist_{\%} = 100 \frac{\left| Min_{globální} - Min_{nalezené} \right|}{\left| Max_{globální} - Min_{globální} \right|} \quad (3)$$

3. DOPORUČENÉ SESTAVENÍ VLASTNÍ GALERIE TESTOVACÍCH FUNKCÍ

Na základě porovnání čtyř optimalizačních algoritmů na galerii 11 testovacích funkcí [3] lze doporučit minimální obsah galerie testovacích funkcí. Tato minimální galerie dokáže otestovat všechny důležité vlastnosti algoritmu. Pilířem galerie by se měla stát funkce, kterou lze řešit gradientními algoritmy jako např. *1st De Jong*, *3rd De Jong* atd. Výsledky poukazují na rychlost řešení jednoduchého problému s dostatečnou přesností. Druhá funkce by měla obsahovat značnou nelinearitu a multimodalitu např. *Rastring, Ackley* atd. Pomocí takovéto funkce je možno odhalit, zda se algoritmus dokáže dostat z lokálního extrému. Navíc z výsledných grafů lze zjistit i jak rychle. Další funkce se doporučuje taková, aby obsahovala více stejných globálních extrémů, hyperplochy se stejnou funkční hodnotou např. *Salomon* nebo zdánlivě jednoduchou funkci s důmyslně ukrytým globálním extrémem např. *Rosenbrock saddle*. Tyto funkce prověří schopnost odhalení několika stejných globálních či lokálních extrémů (Obrázek 2) a schopnost algoritmu vypořádat se s touto skutečností. Poslední funkce by měla být podobného typu jako funkce *Easom* (Obrázek 1), aby prověřila robustnost algoritmu a schopnost řešit komplexně velmi složité problémy.



Obrázek 2: Závislost procentuální vzdálenosti od globálního minima na počtu ohodnocení účelové funkce Salomon, řešený diferenciální evolucí pro 20 parametrů

4. ZÁVĚR

V semestrální práci (Evoluční algoritmy) [3] jsou porovnávány algoritmy genetický algoritmus, diferenciální evoluce, simulované žíhání a zakázané prohledávání na konkrétní galerii 11 testovacích funkcí. Na základě zkušeností s výsledky je doporučena následující minimální sestava testovacích funkcí tak, aby dostatečně prověřila vlastnosti optimalizačního algoritmu. 4th De Jong, Schwefel function, Salomon function, Easom function. Pro kvalitnější otestování optimalizačního algoritmu je doporučeno dále tuto malou galerii rozšířit.

LITERATURA

[1] ZELINKA, I.: Umělá inteligence v problémech globální optimalizace. Praha, BEN – Technická literatura, 2002.

[2] GEATbx. *Example Functions (single and multi-objective functions) 2 Parametric Optimization*, 20. března 2009. Dokument dostupný na URL http://www.geatbx.com/docu/fcnindex-01.html#P86_3059

[3] HAUPT, D.: Evoluční algoritmy [Semestrální projekt]. Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií, 2009.